



MOEGLIN INSTITUTE

Actuariat – Finance – Informatique – Formation

# Module 6 - Exercices

Mathématiques des Assurances de personnes

## Actuariat Retraite par Répartition

*Publication: décembre 2017*

***Alain Moeglin, actuaire, membre certifié de l'Institut des Actuaire IA***

---

### **Synthèse**

La retraite par répartition est basée sur le principe de solidarité intergénérationnelle. Les actifs cotisent pour payer les retraites des retraités. Ce module présente les équations d'équilibre simplifiées d'un tel système.

## Sommaire

<b>I</b>	<b>EXERCICES PROPOSES .....</b>	<b>3</b>
1	EXERCICE 06-07 CALCULER LE TAUX DE COUVERTURE DYNAMIQUE D'UN REGIME EN GROUPE FERME .....	3
	<i>a</i> <i>Enoncé</i> .....	3
	<i>b</i> <i>Réponse</i> .....	3
2	EXERCICE 06-08 CALCULER LE NOUVEAU MONTANT DE LA RETRAITE MOYENNE QUI PERMETTRAIT D'OBTENIR UN TAUX DE COUVERTURE DYNAMIQUE DU REGIME EGAL A 1 .....	4
	<i>a</i> <i>Enoncé</i> .....	4
	<i>b</i> <i>Réponse</i> .....	4
3	VOIR LE FICHIER EXCEL « MODULE6_QUESTIONS_7_8.XLSX » .....	5

## I EXERCICES PROPOSES

### 1 Exercice 06-07 Calculer le Taux de couverture dynamique d'un régime en groupe fermé

---

#### a Enoncé

Vous disposez des données suivantes pour un régime de retraite par répartition pour un groupe fermé

#### Question

Calculer le Taux de couverture dynamique du régime

<b>Données pour les ACTIFS</b>	
effectif moyen	18 200 000
âge moyen	44
âge moyen de départ en retraite	65
année de naissance	1972
salaire annuel moyen	27 000 €
Taux de cotisation sur le salaire annuel	20,00%
<b>Données pour les RETRAITES</b>	
effectif moyen	13 000 000
âge moyen	75
année de naissance	1941
retraite moyenne annuelle	15 000 €
<b>Autres Paramètres</b>	
taux technique i	2,00%
taux annuel j d'évolution des salaires	1,00%
taux annuel r de revalorisation des retraites	0,50%
table de mortalité pour les actifs	TG05H
table de mortalité pour les retraités	TG05H

#### b Réponse

Voir le fichier Excel « Module6\_questions\_7\_8.xlsx »

Réponse =	Le Taux de couverture dynamique est égal à 0.284
-----------	--------------------------------------------------

## 2 Exercice 06-08 Calculer le nouveau montant de la retraite moyenne qui permettrait d'obtenir un taux de couverture dynamique du régime égal à 1

### a Enoncé

Vous disposez des données suivantes pour un régime de retraite par répartition pour un groupe fermé

### Question

Calculer le nouveau montant de la retraite moyenne qui permettrait d'obtenir un taux de couverture dynamique du régime égal à 1

<b>Données pour les ACTIFS</b>	
effectif moyen	18 200 000
âge moyen	44
âge moyen de départ en retraite	65
année de naissance	1972
salaire annuel moyen	27 000 €
Taux de cotisation sur le salaire annuel	20,00%
<b>Données pour les RETRAITES</b>	
effectif moyen	13 000 000
âge moyen	75
année de naissance	1941
retraite moyenne annuelle	15 000 €
<b>Autres Paramètres</b>	
taux technique i	2,00%
taux annuel j d'évolution des salaires	1,00%
taux annuel r de revalorisation des retraites	0,50%
table de mortalité pour les actifs	TG05H
table de mortalité pour les retraités	TG05H

### b Réponse

Voir le fichier Excel « Module6\_questions\_7\_8.xlsx »

<b>Réponse =</b>	<b>Le montant de la retraite moyenne annuelle est égale à 4 259 €</b>
------------------	-----------------------------------------------------------------------



### 3 Voir le fichier Excel « Module6\_questions\_7\_8.xlsx »

<b>Données pour les ACTIFS</b>		<b>rapport démographique</b>		VAP cotis actifs $\sum_{x=d}^{i-1} A(x) \times \bar{a}_{x:d-1}^{(r)}$	342 583 949	342 583 949
effectif moyen	18 200 000	1,40				
âge moyen	44			VAP ret futures $\sum_{x=d}^{i-1} A(x) \times {}_{x-1}E_x^{(r)} \times \bar{a}_x^{(r)}$	259 003 731	259 003 731
âge moyen de départ en retraite	65					
année de naissance	1972			VAP ret retraités $\sum_{x=r}^{\infty} R(x) \times \bar{a}_x^{(r)}$	175 370 978	175 370 978
salaire annuel moyen	27 000 €			théta tx cotis	20,00%	20,00%
Taux de cotisation sur le salaire annuel	20,00%	20,00%		Rm/Sm= $\frac{Rm}{Sm} = \frac{Rm}{\sum_{x=d}^{i-1} A(x) \times \bar{a}_{x:d-1}^{(r)}}$	0,1577	0,1577
				nombre d'actifs $\sum_{x=d}^{i-1} A(x) \times {}_{x-1}E_x^{(r)} \times \bar{a}_x^{(r)} + \sum_{x=r}^{\infty} R(x) \times \bar{a}_x^{(r)}$	18 200 000	18 200 000
<b>Données pour les RETRAITES</b>				nombre de retraités	13 000 000	13 000 000
effectif moyen	13 000 000			rapport démographique	1,4	1,4
âge moyen	75			Rm ret moyenne	15 000 €	4 259 €
année de naissance	1941			Sm sal moyen	27 000 €	27 000 €
retraite moyenne annuelle	15 000 €			Rm/Sm	0,5556	0,1577
<b>Autres Paramètres</b>				cotis annuelles des actifs	98 280 000 000	98 280 000 000
taux technique i	2,00%	2,00%		retraites des retraités	195 000 000 000	55 365 546 680
taux annuel j d'évolution des salaires	1,00%	1,00%		rapport de charges instantané	0,5040	1,7751
taux annuel r de revalorisation des retraités	0,50%	0,50%		Reserves dispo W en nb d'années de cotis act	0	0
table de mortalité pour les actifs	TG05H	TG05H	TG05F	reserves disponible W	-	-
table de mortalité pour les retraités	TG05H	TG05H	TG05F	VAP Cotis	1 849 953 321 942	1 849 953 321 942
				VAP Ret futures Actifs	2 630 564 665 177	746 885 388 541
i' = (i-j)/(1+j)	0,990%			VAP Ret Retraités	3 885 055 958 266	1 103 067 933 401
i'' = (i-revalo)/(1+revalo)	1,493%			ratio taux converture dynamique TC	0,284	1,000
					question 7	question 8



POPULATION			ACTIFS				
			nb d'actifs	sal moyen	Total Ressources	$\ddot{a}_{x+r} i''$	VAP ressources
x	naissance	pop totale	A(x)	Sm(x)	ressources		
44	1972	18 200 000,0	18 200 000,00	27 000	98 280 000 000 €	18,82	1 849 953 321 942 €
75	1941	13 000 000,0					
		31 200 000,0	18 200 000,00	tot cotis->	98 280 000 000		1 849 953 321 942
							18,82329387

POPULATION			RETRAITES				FUTURS RETRAITES					
					Total Prestations RETRAITES	$\ddot{a}_x^{(r)}$	VAP Retraites RETRAITES	Total Prestations FUTURS RETRAITES	$\ddot{a}_r^{(r)}$	$Rm(r)$	${}_{r-x}E_x$	VAP Retraites FUTURS RETRAITES
x	naissance	pop totale	R(x)	Rm(x)	Prestations							
44	1972	18 200 000,0						286 104 000 000 €	22,38	15 720	0,6358	4 071 538 644 263 €
75	1941	13 000 000,0	13 000 000	15 000 €	195 000 000 000 €	13,4901	2 630 564 665 177 €					
		31 200 000,0	13 000 000	tot retraites->	195 000 000 000		2 630 564 665 177	286 104 000 000				4 071 538 644 263
							1,400	13,49007521				14,23097421

$$Rm(r) \times \ddot{a}_r^{(r)} \times \sum_{x=d}^{r-1} A(x) \times {}_{r-x}E_x$$