



MOEGLIN INSTITUTE

Actuariat – Finance – Informatique – Formation

Module 7

Mathématiques des Assurances NON VIE

Actuariat Assurances NON VIE

Publication: août 2020

Alain Moeglin, actuaire, membre certifié de l'Institut des Actuaire IA

Synthèse

Ce module concerne la tarification et les provisions NON VIE.

Sommaire

CHAPITRE XVIII PRINCIPE DE LA TARIFICATION EN ASSURANCE NON VIE	4
I CALCUL DE LA PRIME PURE	5
1 PRINCIPE DU CALCUL	5
a <i>Modèle individuel</i>	5
b <i>Modèle collectif</i>	6
c <i>Fréquence - coût</i>	7
d <i>Prime pure d'équilibre</i>	7
2 EXEMPLE DE CALCUL	8
3 SEGMENTATION DES CONTRATS A TARIFER	9
II CALCUL DE LA PRIME COMMERCIALE	10
I RESULTAT DE L'ASSUREUR.....	12
II REASSURANCE.....	13
1 REASSURANCE PROPORTIONNELLE	13
a <i>Quote-part ou QP (Quota Share ou QS)</i>	13
b <i>L'excédent de Pleins ou XP (Surplus Share)</i>	14
2 REASSURANCE NON-PROPORTIONNELLE	15
a <i>Excédant de sinistre ou XS (Excess of Loss – XL)</i>	15
b <i>Excédant de perte (Stop Loss – SL)</i>	16
CHAPITRE XIX PROVISIONS EN ASSURANCE NON VIE.....	17
I LES PROVISIONS EN ASSURANCE NON VIE.....	18
1 LA VIE ET LE RATTACHEMENT DES SINISTRES :	18
a <i>Cas 1 : sinistre clos avant la date de clôture</i>	18
b <i>Cas 2 : sinistres ouverts</i>	18
c <i>Cas 3 : sinistres tardifs</i>	19
2 LES DIFFERENTES PROVISIONS TECHNIQUES.....	19
3 DEFINITIONS DES DIFFERENTES PROVISIONS TECHNIQUES	20
a <i>La provision pour primes non-acquises PPNA</i>	20
b <i>Les frais d'acquisition reportés FAR</i>	20
c <i>La provision pour sinistres à payer PSAP</i>	21
d <i>La provision pour risques en cours PREC</i>	22
e <i>La provision pour risques croissants PRC</i>	22
f <i>Les provisions mathématiques des rentes</i>	22
g <i>La provision d'égalisation</i>	23
h <i>La provision pour risque d'exigibilité PRE</i>	23
i <i>La réserve de capitalisation</i>	23
j <i>La provision pour sinistres non encore manifestés PSNEM</i>	23
I CALCUL DES PROVISIONS EN ASSURANCE NON VIE.....	24

1	TRIANGLE DE LIQUIDATION.....	25
2	METHODE DE CHAIN LADDER	29
3	METHODE DE BORNHUETTER FERGUSON :.....	31
4	METHODE CHAIN LADDER AVEC INFLATION.....	33
5	METHODE DU COUT MOYEN.....	35
6	BONI ET MALI DE LIQUIDATION.....	37
	<i>a Exemple de boni de liquidation</i>	37
	<i>b Exemple de mali de liquidation</i>	37
	CHAPITRE XX CONSTITUTION D'UNE BASE DE DONNEES POUR LA TARIFICATION.....	38
	II CONSTITUTION D'UNE BASE DE DONNEES POUR LA TARIFICATION.....	39
1	EXEMPLE DE DONNEES CONTRATS.....	39
2	EXEMPLE DE DONNEES GARANTIES.....	39
3	EXEMPLE DE DONNEES SINISTRES.....	40
	III PERIODES D'OBSERVATION.....	41
	IV RETRAITEMENT DES DONNEES	42
1	DONNEES MANQUANTES OU ERRONEES.....	42
2	TRAITEMENT DES FRANCHISES.....	42
	<i>a Franchise identique</i>	42
	<i>b Nouvelle Franchise supérieure à l'ancienne</i>	42
	<i>c Nouvelle Franchise inférieure à l'ancienne</i>	42
3	TRAITEMENT DE L'INFLATION OU DES INDEXATIONS SUR LES SINISTRES.....	42
4	ECRETEMENT DES SINISTRES	43

CHAPITRE XVIII PRINCIPE DE LA TARIFICATION EN ASSURANCE NON VIE

CHAPITRE XVIII

TARIFICATION EN ASSURANCE NON VIE

I Calcul de la prime Pure

1 Principe du calcul

a Modèle individuel

On note j un sinistre de l'assuré i tel que $0 \leq j \leq K_i$ avec K_i une variable aléatoire prenant des valeurs positives ou nulles (i.e. pas de sinistre)

On note aussi Y_{ij} le j ème sinistre de l'assuré i

La charge annuelle imputable à l'assuré i s'écrit alors :

$$X_i = Y_{i1} + Y_{i2} + \dots + Y_{iK_i}$$

X_i est la somme d'un nombre aléatoire de sinistres dont les montants sont aléatoires aussi.

Nombre de sinistre :

Chaque assuré i enregistre un nombre de sinistres K_i :

K_i est une variable aléatoire positive ou nulle

K_i est souvent modélisé par une loi de Poisson qui se caractérise par un seul paramètre λ qui représente l'espérance et la variance, la probabilité de survenance d'un sinistre est proportionnelle à la durée et ne dépend pas des observations passées.

Le nombre total de sinistre s'écrit :

$$N_s = K_1 + K_2 + \dots + K_{n_a} \text{ avec } n_a \text{ qui est le nombre des assurés.}$$

Si K_i suit une loi de Poisson de paramètre λ alors N_s suit une loi de Poisson de paramètre $(\lambda \times n_a)$

La fréquence s'écrit donc : $E(N_s/n_a) = \lambda$

Le deuxième modèle souvent utilisé pour la modélisation de la fréquence de sinistres est la loi

binomiale négative :

La loi binomiale négative est la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui comptabilise le nombre d'échecs nécessaires k avant obtention de n succès, sachant que la probabilité d'un succès est p , pour $(n+k)$ tirages

$$P(X = k) = C_{k+n-1}^k \times p^n \times (q^k) = \frac{(k+n-1)!}{(n-1)!k!} p^n (q^k)$$

Coût des sinistres :

Le coût des sinistres dépend du risque assuré.

Des lois de sinistres différentes peuvent être appliqués par tranche de réassurance.

- la tranche sous-jacente est caractérisée par un nombre de sinistres élevé et un coût moyen réduit
- Les autres tranches suivantes et intermédiaires sont modélisées avec des lois Gamma ou Log-normale.
- La dernière tranche catastrophe CAT est modélisée avec une loi de Pareto

Rappel des lois

Loi LogNormale

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{(\ln(x) - \mu)}{\sigma}\right)^2\right]$$

loi Gamma

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} k^\alpha \exp[-kx]}{\Gamma(\alpha)}$$

Loi Pareto

$$f(x) = \frac{a x_m^a}{x^{a+1}} \text{ avec } x \geq x_m$$

b Modèle collectif

En distinguant les prestations dues à chaque assuré i , la charge totale X de sinistres de l'assureur peut s'écrire en **modèle individuel** :

$$X = X_1 + \dots + X_{na} = (Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1K_1}) + (Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2K_2}) \dots + (Y_{na1} + Y_{na2} + \dots + Y_{naK_{na}})$$

Sans distinguer les assurés en **modèle collectif**, la charge totale X peut s'écrire :

$$X = X_1 + \dots + X_{na} = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{Ns}) \text{ avec } Ns = K_1 + K_2 + \dots + K_{na}$$

La prime pure est égale à $E(X)$ / nombre d'assurés Na

Sous les hypothèses :

- Les Y_{ij} sont tels que $E(Y_{ij}) = E(Y)$
- Les variables (Y_{ij}) et Ns sont indépendantes

$$E(X) = E\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i\right) = E\left[E\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i\right) / Ns\right]$$

Ns est indépendant de Y_i

$$E(X) = E\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i\right) = E[Ns \times E(Y_i)] = E(Y) \times E(Ns)$$

$$V(X) = V\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i\right) = E\left[V\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i / Ns\right)\right] + V\left[E\left(\sum_{i=1}^{Ns} Y_i / Ns\right)\right]$$

$$V(X) = E[Ns \times V(Y)] + V[Ns \times E(Y)] = E(Ns) \times V(Y) + V(Ns) \times E(Y)^2$$

$$\text{PrimePure} = \frac{E(X)}{na} = \frac{E(Y) \times E(Ns)}{na} = E(Y) \times \frac{E(Ns)}{na} = \text{CoutMoyen} \times \text{Fréquence}$$

c Fréquence - coût

La prime pure est égale au produit de deux éléments, la fréquence de survenance du risque et le coût moyen du risque

$$\text{PrimePure} = \text{Fréquence} * \text{CoûtMoyen}$$

La prime pure doit être calculée pour chaque garantie élémentaire pour laquelle on détermine sa fréquence et survenance et le coût moyen du sinistre

Les données statistiques d'observation (contrats, garanties, sinistres) permettent de faire ce calcul. Chaque élément Fréquence et coût moyen peut être modélisés de façon distincte

d Prime pure d'équilibre

Principe:

La prime pure d'équilibre permet de payer l'ensemble des sinistres de l'ensemble des assurés pour une période donnée

Notations:

- N nombre de contrats d'assurance avec les mêmes garanties et une prime pure π
- n nombre de sinistres survenus pendant l'exercice
- Ci coût du i ème sinistre

L'assureur reçoit la prime pure globale de $N \times \pi$ et paye le montant total de $\sum_{i=1}^n C_i$ pour les sinistres.

La prime pure se déduit donc de l'équation:

$$N \times \pi = \sum_{i=1}^n C_i \text{ d'où } \pi = \frac{n}{N} \times \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n} = \text{fréquence} \times \text{coût moyen}$$

fréquence = nombre moyen de sinistres par contrat
coût moyen = coût moyen par sinistre

2 Exemple de calcul

Nous considérons les données de sinistres suivantes par tranche

Borne inf	Borne Sup	Nombre	Coût	Coût Moyen	Nombre cumulé	Coût cumulé
-	1 000	140	65 216	466	140	65 216
1 000	2 000	170	252 520	1 485	310	317 736
2 000	3 000	418	1 201 722	2 875	728	1 519 458
3 000	4 000	110	383 331	3 485	838	1 902 789
4 000	5 000	60	252 010	4 200	898	2 154 799
5 000	10 000	100	600 219	6 002	998	2 755 018
10 000	50 000	40	743 090	18 577	1 038	3 498 108
50 000		1	86 289	86 289	1 039	3 584 397
Total		1 039	3 584 397			

Nombre assurés 12 000 Hypothèse

Fréquence	8,7%
Coût moyen	3 449,9
Prime Pure	298,7

Fréquence = 8,7% = 1 039 / 12 000
 Coût moyen = 3 449,9 = 3 584 397 / 1039
 Prime pure = 8,7% x 3 449,9 = 298,7

3 Segmentation des contrats à tarifier

La segmentation est toute technique utilisée par l'assureur pour différencier la prime ainsi que la protection en fonction des caractéristiques spécifiques au risque à assurer.

On définit des groupes homogènes de risques pour de calculer leur fréquence et cout moyen et ainsi leur prime correspondante.

Exemple :

A partir de données sur les nombres de sinistres, les effectifs des assurés et le montant total des sinistres (tableaux 1, 2,3) , il est possible de déterminer les coûts moyens des sinistres, la fréquence de survenance des sinistres et les primes pures qui en résultent (tableaux 4, 5,6)

1) nombre de sinistres par groupe de véhicules	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	4 000	2 800	6 800
Groupe 2	1 500	5 100	6 600
Ensemble	5 500	7 900	13 400
2) effectifs des assurés par groupe de véhicules	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	40 000	20 000	60 000
Groupe 2	10 000	30 000	40 000
Ensemble	50 000	50 000	100 000
3) Montant total des sinistres	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	10 000 000 €	6 000 000 €	16 000 000 €
Groupe 2	4 250 000 €	15 750 000 €	20 000 000 €
Ensemble	14 250 000 €	21 750 000 €	36 000 000 €
4) calcul du coût moyen des sinistres (=3/1)	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	2 500 €	2 143 €	2 353 €
Groupe 2	2 833 €	3 088 €	3 030 €
Ensemble	2 591 €	2 753 €	2 687 €
5) calcul de la fréquence des sinistres (=2/1)	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	10,00%	14,00%	11,33%
Groupe 2	15,00%	17,00%	16,50%
Ensemble	11,00%	15,80%	13,40%
6) calcul de la prime pure annuelle (=5 * 4)	Femmes	Hommes	Ensemble
Groupe 1	250,00 €	300,00 €	266,67 €
Groupe 2	425,00 €	525,00 €	500,00 €
Ensemble	285,00 €	435,00 €	360,00 €

L'assureur propose un tarif segmenté par sexe et par groupe de véhicules

la prime pure pour le groupe 1 est de 250 € pour les femmes et 300 € pour les hommes, ou 266.67 pour l'ensemble hommes et femmes.

Si l'assureur initial ne fait de segmentation en proposant par exemple une prime pure uniforme de 360 € pour tous et pour les 2 groupes, les assurés dont les primes pures sont inférieures à 360 €, c'est-à-dire les femmes et les hommes du groupe 1, vont chercher à souscrire chez un autre assureur qui propose un tarif inférieur.

L'assureur initial aura un déséquilibre dans la mutualisation des risques et supportera une perte qui est liée à la sous tarification de la prime payée par les assurés dans son portefeuille.

II Calcul de la prime commerciale

Habituellement la prime commerciale est déduite de la prime pure en ajoutant les chargements, un coefficient de sécurité et les taxes.

Le schéma général est le suivant :

- **Nécessité de couvrir les frais de fonctionnement:**
 - les frais d'acquisition: commissions d'acquisition, frais des réseaux commerciaux, frais des services chargés de la conception des contrats, du marketing et de la publicité
 - les frais de règlement des sinistres: commissions de gestion des sinistres, frais des services chargés de la gestion des sinistres, frais des contentieux et des recours
 - les frais d'administration: frais des services chargés de la surveillance du portefeuille de contrats, de la réassurance acceptée ou cédée, frais des contentieux liés aux primes, commissions d'encaissement
 - les frais de placement: frais de courtage et honoraires des services de gestion des placements

- **Nécessité de prendre un chargement de sécurité :**
 - Prime pure = montant probable des sinistres, estimé statistiquement à partir de l'expérience, c'est à dire que l'on a 50% de chance que la prime soit suffisante et 50% insuffisante.
 - Le chargement de sécurité permet de se prémunir contre les écarts de sinistralité par rapport à l'espérance du tarif. Il est déterminé en fonction de l'aversion au risque de la société, du volume de contrat, et du programme de réassurance.

- **Besoin de marge bénéficiaire :**
 - Exigence de rentabilité des fonds propres
 - Résultats techniques attendus

- **Les notations usuelles:**
 - π prime pure
 - π'' prime commerciale (hors taxes et hors frais accessoires)
 - α chargement de sécurité
 - g chargement pour frais (de gestion)

$$\pi'' = \pi + \alpha\pi + g\pi''$$

Autre présentation du calcul de la prime commerciale TTC :

x	Fréquence prévisible Coût moyen prévisible
=	PRIME PURE
+	Chargement de sécurité
+	Chargements de gestion (acquisition, gestion des sinistres d'administration et autres)
+	Marge
=	PRIME COMMERCIALE hors taxes et hors frais accessoires
+	Frais accessoires
+	Taxes
=	PRIME COMMERCIALE TTC toutes charges comprises

I Résultat de l'assureur

Le résultat comptable de l'assureur se définit comme la différence entre :

Les produits :

- primes commerciales acquises (P)
- produits financiers issus du placement des primes (PF)

et les charges :

- coût des sinistres (S)
- frais de fonctionnement (FG)

$$\text{Résultat} = P + PF - S - FG$$

Nous utilisons couramment les ratios suivants pour mesurer la rentabilité :

- ratio de sinistralité **loss ratio = S/P**.
Sous l'hypothèse que $PF \approx FG$ si $S/P = 100\%$ alors le résultat comptable $R = 0$
autrement dit, le le résultat comptable R est équilibré lorsque les sinistres équilibrent les primes
En pratique, le S/P mesure la sinistralité hors frais
- ratio combiné **combined ratio = (S + FG)/P**. Si le ratio combiné = 100% alors $R = PF$
autrement dit, le résultat comptable R est positif si les produits financiers sont positifs

II REASSURANCE

Définitions :

La réassurance est l'opération par laquelle un assureur transfère à un réassureur tout ou partie des risques qu'il assume, en contrepartie d'une prime et généralement d'une commission.

L'assureur cédant à un réassureur une partie des risques qu'il a souscrit s'appelle **Cédante**.
le réassureur acceptant une partie des risques souscrits par l'assureur s'appelle **Cessionnaire**.
Le **Rétrocessionnaire** est un réassureur qui accepte une partie des risques souscrits par un autre réassureur.

Nous distinguons deux modes de réassurance appelés **Traités** ou **Facultatifs**

les Traités couvrent tout le portefeuille de la cédante, comme le portefeuille Automobile par exemple alors que les Facultatifs couvrent un ou plusieurs risques spécifiques explicitement décrits.

La durée du contrat de réassurance est généralement d'une année, le contrat est à renouveler chaque année.

1 Réassurance proportionnelle

Elle est dite proportionnelle car les sinistres payés par le réassureur sont proportionnels aux primes cédées par l'assureur

a Quote-part ou QP (Quota Share ou QS)

Le réassureur partage une proportion équivalente des primes et des sinistres du portefeuille de la cédante

Exemple : QS 70/30

- Le taux de rétention est α = 70% (part conservée par l'assureur)
- Le taux de cession est $(1 - \alpha)$ = 30% (part versée au réassureur)

Sur une police de garantie de 100 000 € et une prime de 2 000 €

L'assureur (la cédante) verse une prime de 600 € au réassureur (le cessionnaire)
L'assureur conserve 1 400 € de primes et assure 70 000 € en cas de sinistre total.

Le réassureur recevra 600 € de prime et assure 30 000 € en cas de sinistre total.

b L'excédent de Pleins ou XP (Surplus Share)

L'intervention du réassureur ne se réalise que si la somme à assurer dépasse un certain montant R qui s'appelle le **plein de rétention**.

Le taux de cession se calcule police par police sur la base de la somme assurée SA.

Exemple

Le plein de rétention R = 500 000 €

La limite de la somme assurée S_{Am} de 4 M€ (4 millions d'euros)

Cas 1 :

la somme assurée SA = 4 M€, la prime = 0,2% S_{Am}, le sinistre S = 2 M€

Le taux de cession est $\alpha = (S_{Am} - R)/SA = (4 \text{ M€} - 0.5 \text{ M€})/4 \text{ M€} = 87,5\%$

la prime totale versée par l'assuré est égale à Prime = SA x 0,2% = 8 000 €

		Rétention assureur	Cession Réassureur
Capitaux assurés	4 M€	12,5% x 4 M€ = 500 K€	87,5% x 4 M€ = 3,5 M€
Prime	8 000 €	12,5% x 8000€ = 1000€	87,5% x 8000€ = 7000€
Sinistre	2 M€	12,5% x 2 M€ = 250K€	87,5% x 2 M€ = 1,75M€

Cas 2 :

la somme assurée est SA = 4,5 M€, prime = 0,2% et le sinistre S = 2 M€, S_{Am} de 4 M€

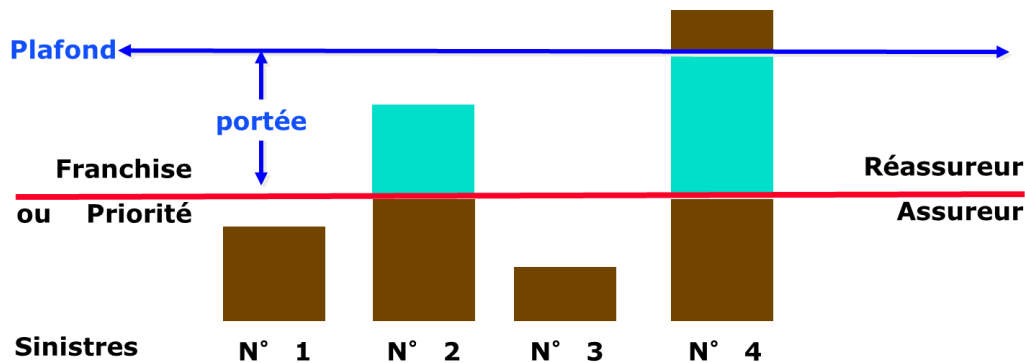
le taux de cession est $\alpha = (S_{Am} - R)/SA = (4 - 0.5)/4.5 = 78\%$ car SA > S_{Am}

la prime totale versée par l'assuré est Prime = SA x 0,2% = 9 000 €

		Rétention assureur	Cession Réassureur
Capitaux assurés	4,5 M€	22% x 4,5 M€ = 990 K€	78% x 4,5 M€ = 3,01 M€
Prime	9 000 €	22% x 9000€ = 1980€	78% x 9000€ = 7020€
Sinistre	2 M€	22% x 2 M€ = 440K€	78% x 2 M€ = 1,56M€

2 Réassurance non-proportionnelle

Elle se base sur une **priorité** (comme une franchise) et une **portée** ou limite.
 Le réassureur prend à sa charge tout ou partie du sinistre qui excède la priorité et dans la limite de la portée.



a Excédant de sinistre ou XS (Excess of Loss – XL)

Le contrat de réassurance est établi par risque ou par évènement :

- **Par risque** : le réassureur s'engage à payer chaque fois qu'un sinistre supérieur à la priorité survient pour une police donnée.
- **Par évènement** : le réassureur intervient à chaque survenance (évènement (climatique ou autre) éventuellement sur plusieurs polices.

Exemple : Soit un capital assuré maximum de 150 M€ et le programme de réassurance suivant en M€ :

Programme de réassurance	
Tranche 4	T4 : 50 XS 100
Tranche 3	T3 : 50 XS 50
Tranche 2	T2 : 25 XS 25
Tranche 1	T1 : 15 XS 10

L'écriture d'un XS est simplifiée en écrivant « portée XS priorité »

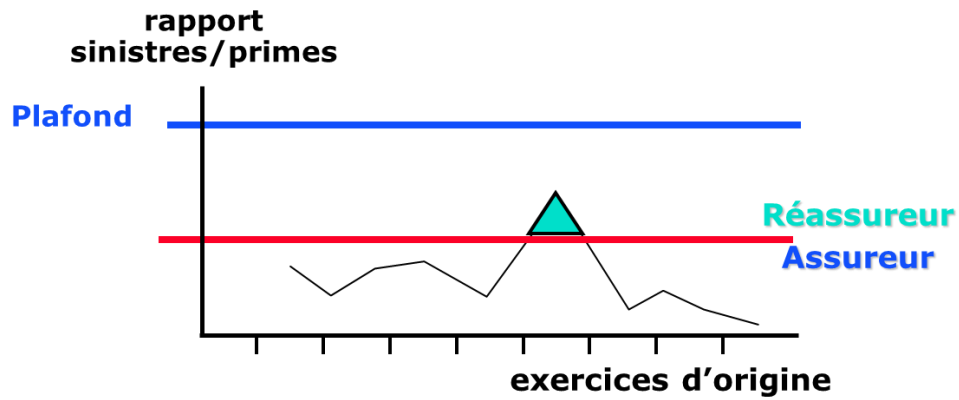
Exemple pour T1 la portée est de 15 M€ et la priorité de 10 m€

Le tableau suivant présente l'utilisation du programme pour différentes charges de sinistres brutes en M€ :

montant en m€	Cédante (la priorité)	Réassureur (la portée)			
		T1	T2	T3	T4
5	5				
18	10	8			
37	10	15	12		
60	10	15	25	10	
150	10	15	25	50	50

b Excédant de perte (Stop Loss – SL)

Cette protection est généralement basée sur le rapport sinistres à primes (loss ratio)
Loss ratio = charge des sinistres / primes



En termes de sinistres, Le réassureur accepte la charge sinistre annuelle au-delà d'un montant total annuel (seuil). En contrepartie, la prime de réassurance sera fixée par le réassureur en fonction de la statistique moyenne du risque.

CHAPITRE XIX PROVISIONS EN ASSURANCE NON VIE

CHAPITRE XIX

PROVISIONS EN ASSURANCE NON VIE

Pour de faire face à ses engagements envers les assurés, L'assureur détermine des provisions réglementaires qui sont intégrées dans ses comptes et qui sont actualisées à chaque date d'inventaire.

Le principe est la prudence dans l'estimation des engagements et c'est aussi une obligation réglementaire c'est-à-dire constituer des «provisions techniques suffisantes pour le règlement intégral de leurs engagements vis-à-vis des assurés ou bénéficiaires de contrats » Article R.331

Nous utilisons le terme provisions techniques pour l'estimation comptable des engagements de l'assureur, ces provisions sont essentiellement la valeur estimative des montants de sinistres que l'assureur est engagé à payer y compris les frais de gestion.

Pour réaliser cette estimation, nous utilisons le montant connu des primes ou le montant estimé des sinistres non encore réglés.

Nous distinguons deux catégories de provisionnement , le provisionnement des primes et celui des sinistres

I Les Provisions en assurance Non Vie

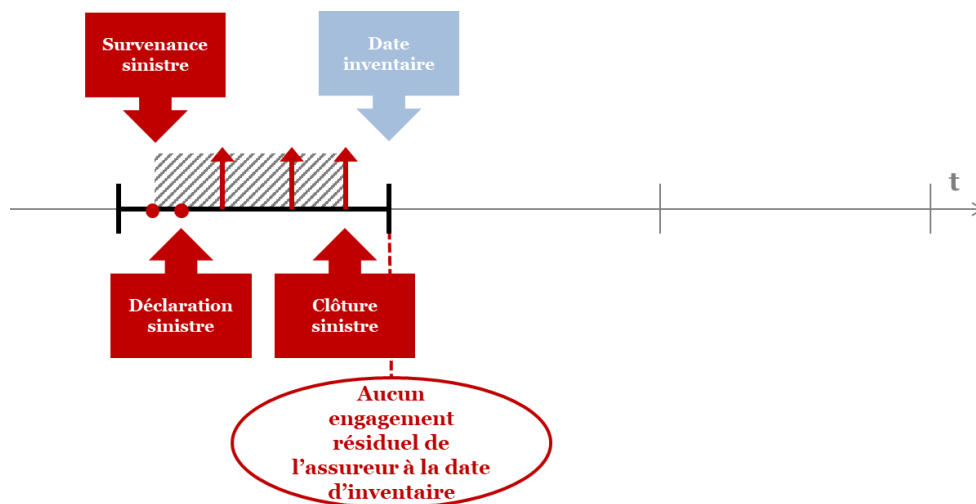
La solvabilité des organismes d'assurance repose traditionnellement sur 3 piliers:

- Une évaluation prudente des dettes, c'est à dire une connaissance à tout instant des engagements pris à l'égard des assurés. Ce sont les provisions techniques (R. 331-1)
- En représentation de ces engagements, la détention d'un montant suffisant d'actifs sûrs liquides et rentables (R. 332-1)
- Un montant de capital minimal, la marge de solvabilité, destiné absorber les pertes éventuelles (R. 334-1 et suivants)

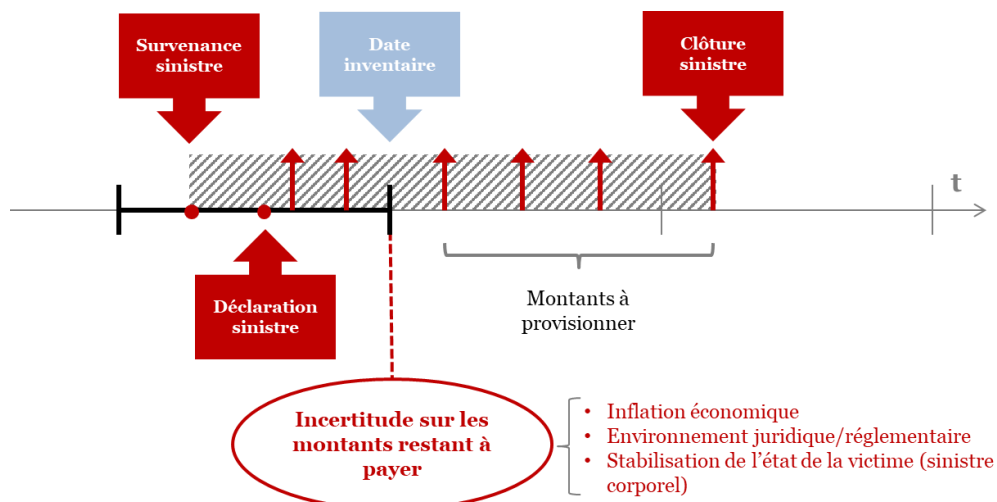
1 La vie et le rattachement des sinistres :

Le Cycle de vie d'un sinistre

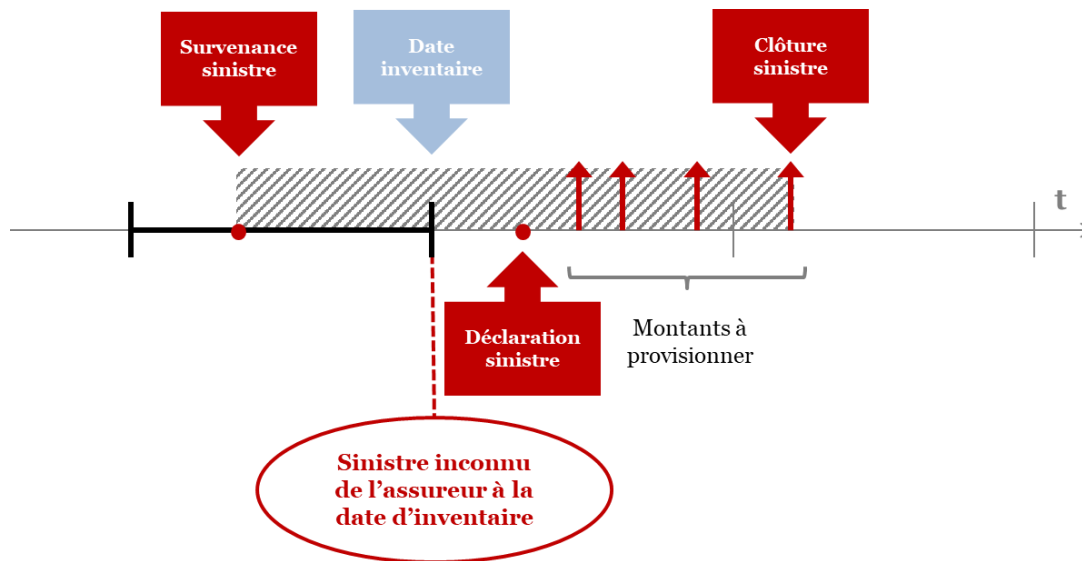
a Cas 1 : sinistre clos avant la date de clôture



b Cas 2 : sinistres ouverts



c Cas 3 : sinistres tardifs



L'exercice de rattachement des sinistres (pour étudier la rentabilité d'une branche) va dépendre de la nature du contrat :

– **L'exercice de survenance** : pour la grande majorité des contrats (notamment tous ceux couvrant des risques de masse - auto, habitation, santé...), les primes acquises au titre d'un exercice sont mises en face des sinistres survenus au cours de la même période.

– Les sinistres dans certains cas peuvent être analysés par **exercice de souscription** ou bien être rattachés à la **date de déclaration** (exemple transport, construction).

2 Les différentes provisions techniques

Les différentes provisions techniques utilisées en assurance non vie sont les suivantes :

Les provisions de primes

La provision pour primes non-acquises	PPNA
Les frais d'acquisition reportés	FAR

Les provisions pour sinistres à payer

La provision pour sinistres à payer	PSAP
-------------------------------------	------

Les autres provisions techniques

La provision pour risques en cours	PREC
La provision pour risques croissants	PRC
Les provisions mathématiques des rentes	
La provision d'égalisation	
La provision pour risque d'exigibilité	PRE
La réserve de capitalisation	
La provision pour sinistres non encore manifestés	PSNEM

3 Définitions des différentes provisions techniques

a La provision pour primes non-acquises **PPNA**

Définition réglementaire : R. 331-6 Code des Assurances

Provision « destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date de l'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme du contrat »

Calcul réglementaire : A. 331-16

Calcul « prorata temporis pour chacune des catégories définies à l'article A. 344-2 du présent code, contrat par contrat ou sur la base de méthodes statistiques »

Exemple : Un contrat d'assurance qui prend effet le 30/06/2020 et qui se termine le 30/06/2021.

L'assureur doit déterminer une estimation de l'engagement à sa charge le 31/12/2020.

Nous pouvons constater qu'à la fin de l'année 2020 que l'assureur est toujours engagé pour la moitié qui reste en cours en 2021.

Date d'effet du contrat : 30/06/2020 au 30/06/2021

Montant de la prime : 1 000 €

Montant de la PPNA au 31/12/2020 = $1000 \times 6 / 12 = 500$ €

b Les frais d'acquisition reportés **FAR**

Corollaire du report d'un prorata de prime

Report des frais d'acquisition (comptes 6400) selon le même prorata temporis

c La provision pour sinistres à payer PSAP

Définition réglementaire article R.331-6

« valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise »

La PSAP permet de concilier le décalage entre la survenance du fait dommageable et le règlement effectif du sinistre avec le principe de comptabilisation des sinistres par exercice de survenance

Principes de calcul

Doit inclure la dérive inflation

Pas d'escompte

Calculer en brut de réassurance

La PSAP prend en compte :

Les dossiers en suspens et réouverts, en principal

Les tardifs

Les prévisions de recours

Les provisions pour frais de gestion

Rappel : Calcul du Coût total d'un sinistre

Pour calculer le Coût total d'un sinistre il faut tenir compte des éléments suivants :

Pour la Partie déterministe

Paiements à l'assuré (principal du sinistre)

Frais de gestion externes (expertises, avocats...) et internes (salariés)

Recours encaissés (en déduction)

Pour la Partie estimée

Provisions de sinistres (paiements futurs à l'assuré)

Provision pour frais de gestion

Prévisions de recours

d La provision pour risques en cours PREC

Principe :

Cas d'un tarif insuffisamment prudent

Si prime < coût moyen des sinistres + frais

La PPNA ne couvrira pas les sinistres non encore survenus

Mécanisme de la PREC

Consiste à mettre en réserve l'insuffisance de tarif constatée en n, en cas d'insuffisance constatée en n-1 et n.

Définition réglementaire R. 331-6

« provision destinée à couvrir, pour l'ensemble des contrats en cours, la charge des sinistres et des frais afférents aux contrats, pour la période s'écoulant entre la date de l'inventaire et la date de la première échéance de prime pouvant donner lieu à révision de la prime par l'assureur ou, à défaut, entre la date de l'inventaire et le terme du contrat, pour la part de ce coût qui n'est pas couverte par la provision pour primes non acquises »

Calcul (A.331-17)

Pour chaque catégorie :

$PREC = [(\text{Sinistres} + \text{Frais}) / \text{Prime} - 100\%] * PPNA$

Exemple : L'assureur a commercialisé des contrats à prime de 1000 €. Il constate une sous-tarification et qu'il aurait dû tarifier à 1 200€. (sous une sous-tarification est de 20%)

Date d'effet du contrat : 30/06/2020 au 30/06/2021

Montant de la prime : 1 000 €

Montant de la PPNA au 31/12/2020 = $1000 \times 6/12 = 500$ €

Montant de la PREC au 31/12/2020 = $(120\% - 100\%) * 500 = 100$

PREC est une provision technique pour les sinistres non encore survenus.

e La provision pour risques croissants PRC

Définition réglementaire R. 331-6

« provision pouvant être exigée [...] pour les opérations d'assurance contre les risques de maladie et d'invalidité et égale à la différence des valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés »

Ce qui peut être le cas lorsque la prime constante avec l'âge

f Les provisions mathématiques des rentes

Principe : calcul des rentes dues selon les bases de l'assurance-vie

Définition réglementaire R. 331-6

« valeur actuelle des engagements de l'entreprise en ce qui concerne les rentes et accessoires de rentes mis à sa charge »

Calcul R. 331-7 :

Domages corporels : A.331-22

Domages autres : A.331-10 et Loi Badinter

g La provision d'égalisation

Principe : mise en réserve des bons résultats techniques d'une année pour lisser les pertes d'une année ultérieure

Définition réglementaire R. 331-6 (hors assurance-crédit):

« provision destinée à faire face aux charges exceptionnelles afférentes aux opérations garantissant les risques dus à des éléments naturels, le risque atomique, les risques de responsabilité civile dus à la pollution, les risques spatiaux, les risques liés au transport aérien et les risques liés aux attentats et au terrorisme »

Calcul

Plafonds au CA et au CGI

h La provision pour risque d'exigibilité PRE

Principe : couverture du risque de marché pour les placements autres que les obligations

Définition réglementaire R. 331-6

« provision destinée à faire face aux engagements dans le cas de moins-value de l'ensemble des actifs mentionnés à l'article R 332-20 »

Calcul

R. 331-5-1 : lorsque moins-value latente globale sur placements autres que les valeurs amortissables : actions..

i La réserve de capitalisation

Principe : couverture du risque de diminution du revenu des obligations

Définition réglementaire R.331-6

« réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu »

Calcul

R.333-1 et A.333 : versement/prélèvement à effectuer sur la réserve de capitalisation lors de la revente d'une obligation pour maintenir le rendement actuariel évalué lors de l'achat

j La provision pour sinistres non encore manifestés PSNEM

Spécificité de l'assurance construction

Domage-ouvrage et RC décennale

Évaluations séparées des deux garanties

Calcul de la PSNEM

Calcul précis dicté par le code des assurances (A.331-21)

I Calcul des Provisions en assurance Non Vie

A la date d'arrêté des comptes tous les sinistres déjà survenus ne sont pas encore réglés pour plusieurs raisons comme le temps nécessaire à la procédure du règlement de sinistre, la déclaration récente des sinistres et qui n'a pas été pris dans les comptes ou les déclarations tardives car les assurés ne se sont pas encore manifestés auprès de l'assureur.

Nous distinguons deux types de sinistres ceux connus à la date de clôture et ceux inconnus.

Deux méthodes d'estimation sont possibles :

- Méthode dite « Dossier/Dossier » : A l'ouverture du dossier sinistre, une évaluation du coût total du sinistre est faite. Elle sera réévaluée lorsque des nouveaux éléments seront portés à la connaissance de l'assureur.
- Méthode statistique

A la date de l'inventaire, pour un exercice de survenance et une branche donnée, on comptabilise :

- Des sinistres clos : pas de réserves.
- Des sinistres ouverts et non mouvementés :
 - potentiellement sans suite
 - réserves = évaluation d'ouverture
- Des sinistres mouvementés et/ou partiellement réglés
 - réserves des dossiers réévalués.

La charge dossier/dossier est la somme des charges de tous les sinistres déjà déclarés. La charge de chaque sinistre fait l'objet d'une évaluation manuelle par un gestionnaire ou d'une évaluation forfaitaire.

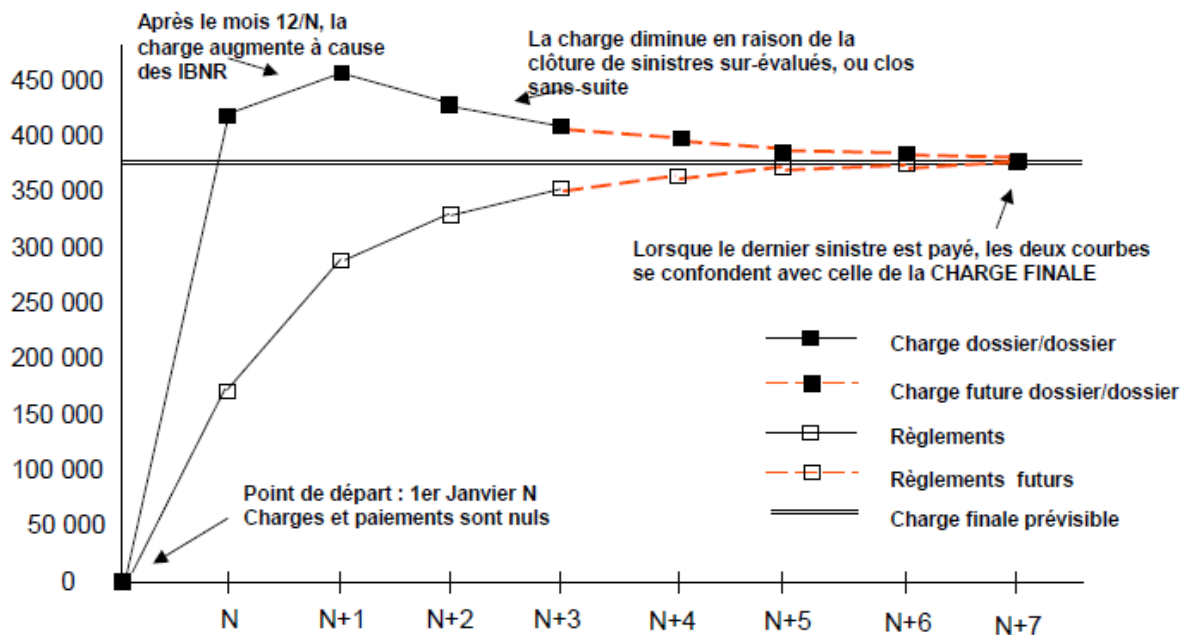


Figure 1 : Evolution de la charge dossier/dossier

1 Triangle de liquidation

Il s'agit d'une représentation des montants des sinistres sous forme de tableau.
 Les montants réels et connus (en bleu dans le tableau) prennent la forme d'un triangle.

Les différentes cellules se rapportent, à la période de survenance notée i et à la période de liquidation ou de développement notée k .

La cellule (i,k) contient l'information relative au montant des sinistres de l'année i pour l'année de développement k , notée $X_{i,k}$

Tableau des règlements non cumulés ou des charges non cumulées								
année de développement	1	2	3		k	$k+1$		n
année survenance								
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$		$X_{1,k}$	$X_{1,k+1}$		$X_{1,n}$
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$		$X_{2,k}$	$X_{2,k+1}$		$X_{2,n}$
3	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$	$X_{3,3}$		$X_{3,k}$	$X_{3,k+1}$		$X_{3,n}$
4	$X_{4,1}$	$X_{4,2}$	$X_{4,3}$		$X_{4,k}$	$X_{4,k+1}$		$X_{4,n}$
i	$X_{i,1}$	$X_{i,2}$	$X_{i,3}$		$X_{i,k}$	$X_{i,k+1}$		$X_{i,n}$
n	$X_{n,1}$	$X_{n,2}$	$X_{n,3}$		$X_{n,k}$	$X_{n,k+1}$		$X_{n,n}$

Modalités réglementaires de calcul de la PSAP (articles R. 331-15) :

- elle est calculée exercice par exercice
- l'évaluation des sinistres connus est effectuée dossier par dossier, le coût d'un dossier comprenant toutes les charges externes individualisables
- elle est augmentée d'une estimation du coût des sinistres survenus mais non déclarés (incurred but not reported : IBNR)
- elle doit toujours être calculée pour son montant brut, sans tenir compte des recours à exercer ; les recours à recevoir font l'objet d'une évaluation distincte à l'actif
- par dérogation, l'entreprise peut utiliser des méthodes statistiques pour l'estimation des sinistres survenus au cours des deux derniers exercices (les sinistres antérieurs étant obligatoirement évalués dossier par dossier)

Modalités réglementaires de calcul du chargement de gestion (article R. 331-16) :

- la PSAP est complétée, à titre de chargement, par une évaluation des charges de gestion qui, compte tenu des éléments déjà inclus dans la provision, doit être suffisante pour liquider tous les sinistres

Règles spécifiques de calcul de la PSAP :

- en assurance automobile (article R.331-26)
- en assurance construction (articles R.331-17 et R.331-18)

En assurance automobile, la PSAP est estimée en procédant à une évaluation distincte (article R.331-26) :

- des sinistres corporels couverts par la garantie responsabilité civile (RC corporels)
- des autres sinistres couverts par la garantie responsabilité civile (RC matériels)
- des sinistres couverts par d'autres garanties (matériels)

Les sinistres des deux derniers exercices, autres que les sinistres corporels, sont évalués en utilisant concurremment les deux méthodes suivantes, l'évaluation la plus élevée étant retenue :

- évaluation par référence au coût moyen des sinistres des exercices antérieurs
- évaluation basée sur les cadences de règlement observées dans l'entreprise au cours des exercices antérieurs

En outre, une évaluation dossier par dossier peut également être utilisée pour ces sinistres. Dans ce cas, l'évaluation la plus élevée résultant de ces trois méthodes est retenue

Exemple

Le tableau suivant présente les données de sinistres sous la forme d'un triangle :

Triangle décumulé

		Année de développement					
		1	2	3	4	5	6
Année de survenance	2014	200	400	705	810	890	905
	2015	260	416	745	801	870	
	2016	180	450	725	780		
	2017	275	358	798			
	2018	172	447				
	2019	235					

Etape 1 : Calcul des coefficients individuels

		Année de développement										
		1	2	3	4	5	6					
Année de survenance	2014	200	2,00	400	1,76	705	1,15	810	1,10	890	1,02	905
	2015	260	1,60	416	1,79	745	1,08	801	1,09	870		
	2016	180	2,50	450	1,61	725	1,08	780				
	2017	275	1,30	358	2,23	798						
	2018	172	2,60	447								
	2019	235										

Etape 2 : Calcul de la moyenne, moyenne pondérée

	f1	f2	f3	f4	f5
moyenne simple	2,000	1,848	1,100	1,092	1,017
moyenne pondérée	1,905	1,831	1,099	1,092	1,017

Facteur sélectionné	1,905	1,831	1,099	1,092	1,017
----------------------------	-------	-------	-------	-------	-------

Facteur cumulé	4,259	2,236	1,221	1,111	1,017
-----------------------	-------	-------	-------	-------	-------

Etape 3 : Sélectionner les coefficients à retenir

Etape 4 : Développer la partie inférieure du triangle

Etape 5 : Calculer la PSAP

		Année de développement										
		1	2	3	4	5	6					
Année de survenance	2014	200	2,00	400	1,76	705	1,15	810	1,10	890	1,02	905
	2015	260	1,60	416	1,79	745	1,08	801	1,09	870		885
	2016	180	2,50	450	1,61	725	1,08	780		852		867
	2017	275	1,30	358	2,23	798		877		958		975
	2018	172	2,60	447		818		900		983		999
	2019	235		448		820		901		984		1 001

Charge ultime	PSAP
905	0
885	15
867	87
975	177
999	552
1 001	766

Total

5 631 | 1 596

La partie inférieure de notre tableau n'est pas connue et nous devons l'estimer à partir des coefficients de développement de chain ladder

Etape 1 : Calcul des coefficients individuels :

Etape 2 : Calcul de la moyenne, moyenne pondérée, max, min des coefficients individuels pour chaque année de développement :

Exemple, pour le passage de l'année de développement 1 à 2 nous pouvons :

- utiliser la moyenne simple

$$\begin{aligned} f1 &= (2+1,6+2,5+1,3+2,6)/5 &= 2 \\ f2 &= (1,76+1,79+1,61+2,23)/4 &= 1,848 \\ f3 &= (1,15+1,08+1,08)/3 &= 1,1 \\ f4 &= (1,1+1,09)/2 &= 1,092 \\ f5 & &= 1,017 \end{aligned}$$

-ou bien utiliser la moyenne pondérée

$$\begin{aligned} f1 &= (2 \times 200 + 1,6 \times 260 + 2,5 \times 180 + 1,3 \times 275 + 2,6 \times 172) / (200 + 260 + 180 + 275 + 172) = 1,905 \\ f2 &= (1,76 \times 400 + 1,79 \times 416 + 1,61 \times 450 + 2,23 \times 358) / (400 + 416 + 450 + 358) = 1,831 \\ f3 &= (1,15 \times 705 + 1,08 \times 745 + 1,08 \times 725) / (705 + 745 + 725) = 1,099 \\ f4 &= (1,1 \times 810 + 1,09 \times 801) / (810 + 801) = 1,092 \\ f5 & &= 1,017 \end{aligned}$$

Etape 3 : Sélectionner les coefficients à retenir pour le développement de la partie inférieure du triangle : (par exemple la moyenne pondérée)

Etape 4 : Développer la partie inférieure du triangle pour obtenir la charge ultime pour chaque année de survenance :

Exemple en 2019 pour passer de la 1 ère année de développement à la 2 ème = 235 * 1.905 = 448

Etape 5 : Calculer la PSAP par différence entre la charge ultime et la charge de la dernière charge connue (dernière diagonale connue du triangle à la date d'inventaire) :

		Année de développement										Charge ultime		PSAP	
		1	2	3	4	5	6								
Année de survenance	2014	200	2,00	400	1,76	705	1,15	810	1,10	890	1,02	905	905	0	
	2015	260	1,60	416	1,79	745	1,08	801	1,09	870		885	885	15	
	2016	180	2,50	450	1,61	725	1,08	780		852		867	867	87	
	2017	275	1,30	358	2,23	798		877		958		975	975	177	
	2018	172	2,60	447		818		900		983		999	999	552	
	2019	235		448		820		901		984		1 001	1 001	766	
		Total										5 631	1 596		

Exemple : pour 2015 = 885 (charges ultime) – 870 (dernière charge connue) = 15

2 Méthode de Chain Ladder

La méthode de Chain Ladder est basée sur l'utilisation des coefficients de passage entre les années de développement.

Hypothèses de Chain Ladder :

H1 : les années de survenance sont indépendantes entre elles

H2 : les années de développement sont des variables explicatives du comportement des sinistres futurs.

Elle consiste à considérer que les $C_{i,k}$ inconnus et à déterminer sont liés par la formule suivante :

$$C_{i,k+1} = \lambda_k \times C_{i,k}$$

i année de survenance de 1 à n
 k année de développement de 1 à n
 n nombre d'années d'observations

$X_{i,k}$ = montant du sinistre pour l'année de survenance i et pour l'année de développement k
 $C_{i,k}$ = cumul des montants des sinistres pour l'année de survenance i et pour toutes les années de développement de 1 à k

$$C_{i,k} = \sum_{j=1}^k X_{i,j}$$

$C_{i,n-i+1}$ est le dernier règlement cumulé connu pour la survenance i

Tableau des règlements cumulés ou des charges cumulées						
année de développement	1	2	3	k		n
année survenance						
1	C1,1	C1,2	C1,3	C1,k	C1,5	C1,n
2	C2,1	C2,2	C2,3	C2,k	C2,5	C2,n
3	C3,1	C3,2	C3,3	C3,k	C3,5	C3,n
4	C4,1	C4,2	C4,3	C4,k	C4,5	C4,n
i	Ci,1	Ci,2	Ci,3	Ci,k	Ci,5	Ci,n
n	Cn,1	Cn,2	Cn,3	Cn,k	Cn,5	Cn,n

On note λ_k le coefficient de développement (**link ratio**) entre l'année de développement k et k+1

Ce coefficient peut être calculé et estimé à partir des données d'observation comme suit :

On note $\hat{\lambda}_k$ le coefficient estimé

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k+1}}{\sum_{i=1}^{n-k} C_{i,k}} \quad \hat{\lambda}_k \text{ est une estimation de } \lambda_k$$

On peut calculer l'estimation de la **charge ultime** qui est le montant final des sinistres pour une année de survenance, par la relation suivante

$$\hat{C}_{i,n} = (\hat{\lambda}_{n-i+1} \times \hat{\lambda}_{n-i+2} \times \dots \times \hat{\lambda}_{n-1}) \times C_{i,n-i+1}$$

$\hat{C}_{i,n}$ est charge ultime de sinistre estimé pour la survenance i et l'année de développement n
 $C_{i,n-i+1}$ est le dernier règlement cumulé connu pour la survenance i

Limites du modèle : Il ne tient pas compte :

- D'une modification du mode de gestion des sinistres (paiements accélérés par exemple)
- Du comportement consumériste des assurés
- Des évolutions de la jurisprudence

Les Résultats sont variables suivant la période de référence retenue
 Il y a une forte dépendance à la dernière valeur connue

Exemple

		Année de développement						Provisions
		1	2	3	4	5	6	
Année de survenance	2014	200,00	400,00	705,00	810,00	890,00	905,00	0,00
	2015	260,00	416,00	745,00	801,00	870,00	884,66	14,66
	2016	180,00	450,00	725,00	780,00	852,14	866,50	86,50
	2017	275,00	358,00	798,00	877,25	958,39	974,54	176,54
	2018	172,00	447,00	818,31	899,57	982,77	999,34	552,34
	2019	235,00	447,73	819,65	901,05	984,38	1 000,98	765,98
COEF		1,9052	1,8307	1,0993	1,0925	1,0169		
							Total :	1 596,02

3 Méthode de Bornhuetter Ferguson :

La référence de cette méthode vient de l'article de Ronald Bornhuetter et Ronald Ferguson en 1972 « The Actuary and IBNR », l'idée est d'utiliser simultanément :

- L'information recueillie pendant le déroulement du règlement des sinistres (méthodes de cadences par exemple)
- L'information a priori qui permette de ne pas être trop sensible aux incertitudes de début de développement

Elle est utilisée lorsque nous n'avons pas encore de développement mature ou lorsque nous avons une faible ou une forte activité qui peut entraîner une forte volatilité dans une cadence de développement à cause des effets d'échelle.

Principe :

Méthode « composite » = mise en œuvre simultanée :

- D'une estimation par méthode de cadence (chain-ladder) pour l'essentiel des données
- D'une estimation de type liquidative, avec utilisation d'informations a priori, pour les données posant problème

Les données donnant lieu à utilisation d'une hypothèse a priori sur la charge finale :

- Dernier exercice (une seule donnée connue)
- Cadence jugée « anormale »

Mise en œuvre :

- Calcul des facteurs de développement
- Détermination des survenances « à problème »
- Calcul de la charge totale par application des facteurs de développement pour les années sans problème
- Estimation de la charge totale a priori pour les années « à problème » (inflation, données de marché...)
- Calcul de la provision en appliquant les facteurs de développement à l'envers pour ces années



		Année de développement						ultime	S/P cible
		1	2	3	4	5	6		
Année de survenance	2014	200	400	705	810	890	905	905	75,42%
	2015	260	416	745	801	870			
	2016	180	450	725	780				
	2017	275	358	798					
	2018	172	447						
	2019	235							

		Année de développement					
		1	2	3	4	5	6
Année de survenance	2014	200,00	400,00	705,00	810,00	890,00	905,00
	2015	260,00	416,00	745,00	801,00	870,00	884,66
	2016	180,00	450,00	725,00	780,00	852,14	866,50
	2017	275,00	358,00	798,00	877,25	958,39	974,54
	2018	172,00	447,00	818,31	899,57	982,77	999,34
	2019	235,00	447,73	819,65	901,05	984,38	1 000,98

	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-Ultime
coef développement	1,91	1,83	1,10	1,09	1,02	1,00
coef charge finale cadence regiemnt (lag factor)	4,26	2,24	1,22	1,11	1,02	1,00
	23,48%	44,73%	81,88%	90,02%	98,34%	100,00%

COEF	1,9052	1,8307	1,0993	1,0925	1,0169
-------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

Total :

		Primes acquises	Sinistres connus	Ratio S/P	Lag Factor	PSAP
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)= (1)x(3)x[100%-(4)]
Année de survenance	2014	1200	905	75%	100%	-
	2015	1250	870	75%	98,34%	16
	2016	1150	780	75%	90,02%	87
	2017	1350	798	75%	81,88%	184
	2018	1300	447	75%	44,73%	542
	2019	1120	235	75%	23,48%	646
					Total	1 475

4 Méthode Chain ladder avec inflation

Principe :

Il faut tenir compte de l'inflation passée et d'une hypothèse sur l'inflation future afin de recalculer les cadences à partir de données corrigées de l'inflation

Les Etapes du calcul peuvent se décomposer de la manière suivante :

1. Calcul du triangle des règlements cumulés et provisions
2. Calcul du triangle des règlements non cumulés
3. Faire un tableau avec les valeurs = $(1 + \text{taux d'inflation})$
4. Faire un tableau avec les facteurs d'actualisation d'inflation = produit des $(1 + \text{taux d'inflation})$
5. Calcul du triangle des règlements non cumulés sans inflation
6. Calcul du triangle des règlements cumulés et provisions sans inflation
7. Calcul du triangle des règlements non cumulés sans inflation
8. Calcul du triangle des règlements non cumulés **avec** inflation
9. Calcul du triangle des règlements cumulés et provisions **avec** inflation
10. Contrôle des écarts entre les triangles des règlements cumulés et provisions **avec** et sans inflation

Exemple

Tableau des taux d'inflation utilisés

Année	Taux d'inflation	
2027	1,9	hypothèse
2026	1,8	hypothèse
2025	1,7	hypothèse
2024	1,6	hypothèse
2023	1,5	hypothèse
2022	1,4	hypothèse
2021	1,3	hypothèse
2020	1,2	hypothèse
2019	1,1	observé
2018	1,8	observé
2017	1,0	observé
2016	0,2	observé
2015	0,0	observé
2014	0,5	observé

1) Calcul INITIAL Paiements CUMULES des prestations avec chain Ladder

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 209,00	4 372,00	4 411,00	4 428,00	4 435,00	4 456,00
2015	1	3 367,00	4 659,00	4 696,00	4 720,00	4 730,00	4 752,40
2016	2	3 871,00	5 345,00	5 398,00	5 420,00	5 430,07	5 455,78
2017	3	4 239,00	5 917,00	6 020,00	6 046,15	6 057,38	6 086,06
2018	4	4 929,00	6 794,00	6 871,67	6 901,52	6 914,34	6 947,08
2019	5	5 217,00	7 204,33	7 286,69	7 318,34	7 331,94	7 366,66

COEF	1,3809	1,0114	1,0043	1,0019	1,0047
------	--------	--------	--------	--------	--------

Provisions
0,00
22,40
35,78
66,06
153,08
2 149,66

Total Provisions	2 426,99
------------------	----------

2) Calcul INITIAL Paiements NON CUMULES des prestations

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 209,00	1 163,00	39,00	17,00	7,00	21,00
2015	1	3 367,00	1 292,00	37,00	24,00	10,00	
2016	2	3 871,00	1 474,00	53,00	22,00		
2017	3	4 239,00	1 678,00	103,00			
2018	4	4 929,00	1 865,00				
2019	5	5 217,00					

3) tableau des Données observées et futures pour l'inflation = (1+Taux l'inflation)

		0	1	2	3	4	5
2014	0	100,50%	100,00%	100,20%	101,00%	101,80%	101,10%
2015	1	100,00%	100,20%	101,00%	101,80%	101,10%	101,20%
2016	2	100,20%	101,00%	101,80%	101,10%	101,20%	101,30%
2017	3	101,00%	101,80%	101,10%	101,20%	101,30%	101,40%
2018	4	101,80%	101,10%	101,20%	101,30%	101,40%	101,50%
2019	5	101,10%	101,20%	101,30%	101,40%	101,50%	101,60%

4) Tableau des Facteurs d'actualisation pour l'inflation = multiplier (1+tx inflation)

		0	1	2	3	4	5
2014	0	100,50%	100,00%	100,20%	101,00%	101,80%	101,10%
2015	1	100,50%	100,20%	101,20%	102,82%	102,92%	102,31%
2016	2	100,70%	101,20%	103,02%	103,95%	104,51%	103,64%
2017	3	101,71%	103,02%	104,16%	105,20%	105,51%	105,69%
2018	4	103,54%	104,16%	105,41%	106,58%	106,99%	106,67%
2019	5	104,66%	105,41%	106,75%	108,06%	108,59%	108,38%

5) Paiements NON CUMULES des prestations SANS l'inflation (= Tableau 2 / Tableau 4)

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 193,03	1 163,00	38,92	16,83	6,88	20,77
2015	1	3 350,25	1 289,42	36,56	23,34	9,72	
2016	2	3 844,05	1 456,49	51,44	21,16		
2017	3	4 167,81	1 628,75	98,89			
2018	4	4 760,54	1 790,57				
2019	5	4 983,87					

6) Calcul Paiements CUMULES des prestations SANS l'inflation avec chain Ladder

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 193,03	4 356,03	4 394,95	4 411,78	4 418,66	4 439,43
2015	1	3 350,25	4 639,67	4 676,23	4 699,57	4 709,29	4 731,43
2016	2	3 844,05	5 300,54	5 351,98	5 373,14	5 382,93	5 408,23
2017	3	4 167,81	5 796,56	5 895,45	5 920,62	5 931,31	5 959,19
2018	4	4 760,54	6 551,11	6 624,73	6 652,90	6 665,02	6 696,35
2019	5	4 983,87	6 874,71	6 951,97	6 981,54	6 994,26	7 027,13

COEF	1,38	1,01	1,00	1,00	1,00
------	------	------	------	------	------

Provisions
0,00
22,14
35,09
63,74
145,24
2 156,96

Total Provisions	2 309,47
------------------	----------

7) Calcul Paiements NON CUMULES des prestations SANS l'inflation

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 193,03	1 163,00	38,92	16,83	6,88	20,77
2015	1	3 350,25	1 289,42	36,56	23,34	9,72	22,14
2016	2	3 844,05	1 456,49	51,44	21,16	9,79	25,30
2017	3	4 167,81	1 628,75	98,89	25,07	10,79	27,88
2018	4	4 760,54	1 790,57	73,62	28,17	12,12	31,33
2019	5	4 983,87	1 890,84	77,26	29,56	12,72	32,88

8) Calcul Paiements NON CUMULES des prestations AVEC l'inflation

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 209,00	1 163,00	39,00	17,00	7,00	21,00
2015	1	3 367,00	1 292,00	37,00	24,00	10,00	22,65
2016	2	3 871,00	1 474,00	53,00	22,00	10,20	26,22
2017	3	4 239,00	1 678,00	103,00	26,37	11,38	29,30
2018	4	4 929,00	1 865,00	77,60	30,02	12,97	33,42
2019	5	5 217,00	1 993,08	82,50	31,94	13,81	35,63

9) Calcul Paiements CUMULES des prestations AVEC l'inflation avec chain Ladder

		0	1	2	3	4	5
2014	0	3 209,00	4 372,00	4 411,00	4 428,00	4 435,00	4 456,00
2015	1	3 367,00	4 659,00	4 696,00	4 720,00	4 730,00	4 752,65
2016	2	3 871,00	5 345,00	5 398,00	5 420,00	5 430,20	5 456,42
2017	3	4 239,00	5 917,00	6 020,00	6 046,37	6 057,75	6 087,05
2018	4	4 929,00	6 794,00	6 871,60	6 901,62	6 914,59	6 948,01
2019	5	5 217,00	7 210,08	7 292,58	7 324,52	7 338,33	7 373,96

COEF	1,38	1,01	1,00	1,00	1,00
------	------	------	------	------	------

Provisions
0,00
22,65
36,42
67,05
154,01
2 156,96

Total Provisions	2 437,09
------------------	----------

10) Contrôle des écarts entre les triangles des règlements cumulés et provisions avec et sans inflation (tableau 9 - 1)

		0	1	2	3	4	5
2014	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2015	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,25
2016	2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,64
2017	3	0,00	0,00	0,00	0,22	0,37	0,99
2018	4	0,00	0,00	-0,07	0,10	0,25	0,93
2019	5	0,00	5,75	5,89	6,18	6,39	7,30

COEF	1,3809	1,0114	1,0043	1,0019	1,0047
------	--------	--------	--------	--------	--------

Ecart Provisi	écart en %
0,00	
0,25	1,13%
0,64	1,76%
0,99	1,49%
0,93	0,61%
7,30	0,34%

Total Provisions	10,10	0,42%
------------------	-------	-------

5 Méthode du coût moyen

Hypothèses

Invariants :

Les cadences de survenance/déroulement de sinistres sont constantes (en nombres)

Le coût moyen est estimé à partir de celui du passé augmenté d'une hypothèse d'inflation

Calcul

Les nombres de sinistres :

Estimation des tardifs + annulations à partir de triangles de survenance/déroulement par méthodes de cadences (« chain-ladder »)

Les coûts moyens :

Estimés à partir du passé + hypothèse d'inflation

Étape 1 : estimation du nombre de sinistres

Étape 2 : estimation des charges totales et des provisions

Hypothèse : progression du coût moyen de 3,1% par an.

Triangle de nombres de sinistres cumulés

nombre de sinistres		Année de développement					
		1	2	3	4	5	Ultime
Exercice de survenance	2015	254065	254205	254225	254212	254211	254211
	2016	282456	282609	282661	282645	282644	282644
	2017	321663	321927	321795	321778	321776	321776
	2018	336982	337524	337500	337482	337481	337481
	2019	362436	362769	362744	362724	362723	362723

Triangle de facteurs de développement

nombre de sinistres		Année de développement					
			2/1	3/2	4/3	5/4	Ultime/5
Exercice de survenance	2015		1,000551	1,000079	0,999949	0,999996	1,000000
	2016		1,000542	1,000184	0,999943	0,999996	1,000000
	2017		1,000821	0,999590	0,999946	0,999996	1,000000
	2018		1,001608	0,999930	0,999946	0,999996	1,000000
	2019		1,000920	0,999930	0,999946	0,999996	1,000000
facteur moyen			1,000920	0,999930	0,999946	0,999996	1,000000

Taux de progression annuel coût moyen 3,10%

		Charge totale (M€)	coût moyen (€)
Exercice de survenance	2015	483,0	1900,0
	2016	553,7	1958,9
	2017	649,9	2019,6
	2018	702,7	2082,2
	2019	778,7	2146,8

Analyse de la méthode

Avantages

Méthode robuste par rapport aux fluctuations
Méthode peu sensible aux incertitudes de première année

Inconvénients

Le dénombrement des sinistres est rarement :
Fiable
Uniforme
Stable
La méthode est en pratique souvent inutilisable.

6 Boni et Mali de liquidation

Liquidation de la charges de sinistres

Pour une génération de sinistres, le règlement progressif des sinistres diminuent les PSAP correspondantes.

Il y a un «**boni de liquidation**», si la charge totale des sinistres pour une génération de sinistres **décroit**

Il y a un «**mali de liquidation**» dans le cas contraire, si la charge totale du sinistre/de la génération **augmente**

a Exemple de boni de liquidation

Le cumul des sinistres payés à la date du 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 est de 2 000 000 €

La charge de sinistres (payés et provisionnés) au 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 est de 2 500 000 €

On enregistre alors **un boni de liquidation** au 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 de 500 000 €

En effet la charge de sinistre diminue de 2 500 000 € à 2 000 000 €

b Exemple de mali de liquidation

Le cumul des sinistres payés à la date du 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 est de 3 000 000 €

La charge de sinistres (payés et provisionnés) au 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 est de 2 500 000 €

On enregistre alors **un mali de liquidation** au 31/12/2019 pour l'exercice de survenance 2018 de - 500 000 €

En effet la charge de sinistre augmente de 2 500 000 € à 3 000 000 €

Année de survenance traitée 2016	cumul des sinistres payés au 31/12/2019	charge de sinistres payés et provisionnés au 31/12/2019	boni de liquidation	mali de liquidation
portefeuille no 1 de contrats	2 000 000 €	2 500 000 €	500 000 €	
portefeuille no 2 de contrats	3 000 000 €	2 500 000 €		- 500 000 €

CHAPITRE XX Constitution d'une Base de données pour la Tarification

CHAPITRE XX

Constitution d'une Base de données pour la Tarification

II Constitution d'une Base de données pour la Tarification

Il est nécessaire de construire une base de données à partir des données de gestion de l'assureur pour construire la tarification de garanties. Les principales données à utiliser sont les suivantes :

La base **CONTRATS** qui contient les caractéristiques des contrats souscrits par les assurés

La base **GARANTIES** qui contient les caractéristiques des garanties proposées par l'assureur

La base **SINISTRES** qui contient l'historique des sinistres réglés pour les contrats souscrits

La base **ASSURES** qui contient les données des assurés et des bénéficiaires (nom prénom, adresse, date naissance...)

1 Exemple de Données CONTRATS

Numéro du contrat
Date d'effet = Date d'entrée en vigueur du contrat
Dates d'avenant = Dates de modification du risque
Date de résiliation = Date de sortie du portefeuille
Etat du contrat = En vigueur/Suspendu/Résilié
Formule ou type de garantie souscrite
Franchises souscrites
Variables descriptives du risque

2 Exemple de Données GARANTIES

Type de garantie
descriptif
franchises
Exemple pour l'automobile

TYPES DE CONTRATS	GARANTIES OFFERTES
Automobile	Dommages
	RC
	Recours
	Assistance
	Protection juridique
	Incendie
	Tempête
	Vol
	Bris de glace
	Décès conducteur
	Catastrophe naturelle
	Dommages corporels.

3 Exemple de Données SINISTRES

Caractéristique du sinistre

Numéro du contrat
Numéro du sinistre
Date de survenance
Date de déclaration
Date de clôture
Etat du dossier (Ouvert/Clos/Réouvert)

Historique de tous les mouvements rattachés au sinistre

Date du mouvement
Montant du Règlement brut de recours
Montant Provision Dossier/Dossier
Montant Recours encaissé
Montant Prévision de recours à encaisser (RAE)

Calcul du coût d'un sinistre :

Le Coût d'un sinistre à une date donnée t = somme des mouvements prestations ayant une date $\leq t$

$$\sum_{\substack{\text{mouvements} \\ \text{avec date} \leq t}} (\text{Règlement brut} + \text{Provision Dossier / Dossier} - \text{Recours encaissé} - \text{Prévision de recours à encaisser})$$

III Périodes d'observation

Les données à extraire du système d'information de l'assureur doivent être sélectionnées **pour plusieurs périodes d'observation successives**.

Une période correspond à une année civile du 01 janvier au 31 décembre.

Le nombre d'années civiles d'observation doit être suffisamment grand pour que le nombre de contrats et de sinistres collectés soit suffisamment significatif afin que la loi des grands nombres puisse s'appliquer

Si le Nombre d'années est trop petit

Le nombre de données collectées est insuffisant

Si le Nombre d'années est trop grand

Les données peuvent ne plus être homogènes
Le comportement des assurés a pu changer dans le temps ce qui modifie les fréquences et coûts moyens des sinistres

Pour chaque année civile d'observation, chaque contrat est décomposé en sous périodes notée *i* pendant lesquelles les caractéristiques des garanties en vigueur restent inchangées.

Période d'exposition au risque de chaque contrat

Chaque contrat est pondérée par sa durée d'exposition au risque qui correspond à sa durée d'observation. Le calcul de cette durée d'exposition est le suivant :

$$duréeExpositionContrat = \frac{DateFinPériode\ i - DateDébutPériode\ i}{365.25}$$

Exemple : si la période d'observation *i* à une durée de 6 mois, la durée d'exposition est égale à 0.5

IV Retraitement des données

1 Données manquantes ou erronées

Une analyse des données doit être faite pour identifier les données manquantes ou erronées afin de les éliminer ou de les corriger.

Exemples

Date de naissance incomplète ou erronée

Date de paiement de la prestation absente

Date de résiliation du contrat antérieure à la date de souscription

Montant payé pour la prestation supérieur au montant maximum défini dans la garantie

2 Traitement des franchises

Les contrats comportent souvent des montants appelés franchises qui ne sont pas indemnisés et qui ne sont pas remboursés à l'assuré.

L'assuré perçoit un montant pour son sinistre net de la franchise définie dans son contrat.

Il y a trois situations possibles :

a Franchise identique

n'y a pas de retraitement de franchise à faire, si le produit à tarifier est **identique** au produit pour lequel on a collecté les données contrats et sinistres

b Nouvelle Franchise supérieure à l'ancienne

Si la nouvelle franchise du produit à tarifier est **supérieure** à l'ancienne franchise du contrat pour lequel on a collecté les données, il faut recalculer le nouveau montant du sinistre

$S = \text{Montant du sinistre du produit pour lequel on dispose des données statistiques (avec } s \geq 0)$
$\text{Nouveau_}S = \text{Montant du sinistre du produit à tarifier}$
$\text{NouvelleFranchise} = \text{Franchise du produit à tarifier}$
$\text{AncienneFranchise} = \text{Franchise du produit pour lequel on dispose des données statistiques}$
$\text{Nouveau_}S = \max(S - \text{AncienneFranchise} + \text{NouvelleFranchise}, 0)$

c Nouvelle Franchise inférieure à l'ancienne

Le retraitement n'est pas possible.

En effet on ne dispose pas dans les données observées, des sinistres qui auraient dû être déclarés et indemnisés à partir de la nouvelle franchise car celle-ci est inférieure à la franchise en vigueur pour les contrats observés

3 Traitement de l'inflation ou des indexations sur les sinistres

On peut neutraliser l'inflation annuelle dans les montant des sinistres, pour raisonner en montant constants et obtenir des coûts moyens annuels nets de ces indices.

Il faut ensuite intégrer ces indices dans la prime finale du tarif.

4 Ecrêtement des sinistres

Certains sinistres peuvent avoir des montants exceptionnellement importants ce qui impacte le coût moyen.

On peut définir un seuil maximum **d'écèlement** pour les sinistres
Tous les sinistres qui dépassent ce seuil, auront leur montant égal à ce seuil

La partie au-delà de ce seuil est appelé **Surcrête**.
Cette partie Surcrête sera ajoutée dans la charge de sinistres pour calculer la prime dite
« prime pure à l'ultime »

S = Montant du sinistre du produit pour lequel on dispose des données statistiques (avec $s \geq 0$)

$Nouveau_S$ = Montant du sinistre du produit à tarifer

$Seuil_Surcrête$ = Montant du seuil maximum d'écèlement

$Nouveau_S = \min(S, Seuil_Surcrête)$

$Surcrête = S - Nouveau_S$